Modelo B. febrero de 2024. No debe entregar los enunciados. Fórmula de corrección: Aciertos x 0,4 – Errores x 0,2 Material permitido: Formulario sin anotaciones y calculadora en la que no se pueda introducir texto

SITUACIÓN 1. Se pretende comprobar si los profesionales que llevan menos de cinco años en la empresa X (Grupo 1) poseen mayores aspiraciones profesionales que las personas que llevan cinco o más años (Grupo 2). Para ello se entrevista a 32 personas que llevan menos de cinco años y a otras 32 personas que llevan cinco o más años, todas ellas elegidas al azar. Los resultados mostraron que dentro del primer grupo se identificó a 18 personas con altas aspiraciones, mientras que en el segundo grupo se identificaron a 12 personas con altas aspiraciones. Nivel de confianza 95%.

1. La hipótesis alternativa es:
A) $H_1: \pi_1 - \pi_2 < 0$
B) $\boldsymbol{H_1: \pi_1 - \pi_2 > 0}$
C) $H_1: \pi_1 \neq \pi_2$

2. El valor absoluto del estadístico de contraste y el nivel crítico valen, aproximadamente:
A) $Z = 1{,}64; p = 0{,}05$
B) $\boldsymbol{Z = 1{,}50; p = 0{,}0668}$
C) $Z = 1{,}00; p = 0{,}1587$

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{(P(1-P)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0{,}1875}{0{,}1248} = 1{,}5028 \approx 1{,}51$$

$$Z = 1{,}51; p < 0{,}9332; 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$$

3. Dado el resultado obtenido en la pregunta anterior, la decisión correcta es:
A) rechazar la hipótesis nula porque el nivel crítico es menor que el nivel de significación.
B) mantener la hipótesis nula porque el estadístico de contraste es menor que el valor crítico.
C) ninguna de las anteriores es correcta.

Las personas entrevistadas en la empresa X, también realizaron un test de autoestima, en el que, a mayor puntuación mayor autoestima, obteniéndose los siguientes resultados:

	Resultados en el test de autoestima	
	Media	**Cuasi-varianza**
Personas con “Altas” aspiraciones	30	255
Personas con “Bajas” aspiraciones	18	255

4. Para comprobar si las medias poblaciones en autoestima son iguales para las personas con “altas” y “bajas” aspiraciones, el contraste a realizar ha de suponer:
A) **varianzas iguales, dado que:** $\boldsymbol{F = 1; p > 0{,}20}$.
B) varianzas distintas, dado que: $F = 1; p > 0{,}20$.
C) no se conocen los valores de n_1 y n_2 y por lo tanto no se conocen los grados de libertad.

$$F = \frac{\hat{S}_1^2}{\hat{S}_2^2} = \frac{255}{255} = 1; F_{(29,33)} \approx consultando\ las\ tablas\ llegamos\ a\ saber\ que\ p > 0{,}2$$

5. Para comprobar si las medias poblaciones en autoestima son iguales para las personas con “altas” y “bajas” aspiraciones, la hipótesis alternativa que se ha de plantear es:

A) $H_1: \mu_{Altas} = \mu_{Bajas}$

B) $H_0: \mu_{Altas} = \mu_{Bajas}$

C) $\boldsymbol{H_1: \mu_{Altas} \neq \mu_{Bajas}}$

6. Para comprobar si las medias poblaciones en autoestima son iguales para las personas con “altas” y “bajas” aspiraciones, el valor absoluto del estadístico de contraste y valor crítico valen, aproximadamente:

A) $T = 1{,}671; p = 0{,}05$

B) $T = 2; p = 0{,}025$

C) $\boldsymbol{T = 3; p < 0{,}01}$

$$T = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\cdot \hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\cdot \hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{30 - 18}{\sqrt{\frac{(29 \cdot 255) + (33 \cdot 255)}{62}\cdot (0{,}0627)}} = 3$$

7. Sabiendo que el tamaño del efecto fue igual a $d = 0{,}75$, se puede interpretar:

A) el 22,66% del grupo de “altas” aspiraciones no supera la media del grupo de “bajas” aspiraciones en el test de autoestima.

B) el 77,34% del grupo de “bajas” aspiraciones supera la media del grupo de “altas” aspiraciones en el test de autoestima.

C) el 77,34% del grupo de “altas” aspiraciones no supera la media del grupo de “bajas” aspiraciones en el test de autoestima.

8. En un contraste de hipótesis unilateral izquierdo el valor crítico es negativo si la distribución muestral es:

A) Chi cuadrado.

B) F de Fisher.

C) T de Student.

9. Para comparar la eficacia de dos tratamientos A y B, se dispone de 30 pares de gemelos, asignándose, de forma aleatoria, un miembro de cada pareja de gemelos a cada uno de los tratamientos. El tamaño de la muestra “n” para calcular el estadístico de contraste es igual a:

A) 30

B) 60

C) 58

SITUACIÓN 2: Con el objetivo de mejorar la función hepática, un investigador médico está interesado en comparar la tasa máxima de síntesis de urea en pacientes con cirrosis bajo tres condiciones: una operación estándar con *bypass* no selectivo), un *bypass* selectivo para pacientes con una síntesis de urea menor de 40 (grupo selectivo I) y un *bypass* selectivo para pacientes con una síntesis de urea superior a 40 (grupo selectivo II). Cada uno de los tres grupos (*bypass* no selectivo, *bypass* selectivo grupo I y *bypass* selectivo grupo II) estuvo compuesto por 6 pacientes. Sabemos que la SC_{Factor}= 160,44 y la MC_{Error}= 47,377:

Con los datos del enunciado podemos completar la tabla de ANOVA.

FV	SC	g.l.	MC	F
Factor	160,44	2	80,22	
Error	710,655	15	47,377	1,693
Total	871,1	17		

10. La hipótesis nula es:

A) $H_0: \mu_{bypass\_selectivo} = \mu_{bypass\_no\_selectivo(I)} \leq \mu_{bypass\_no\_selectivo(II)}$

B) $\boldsymbol{H_0: \mu_{bypass\_no\_selectivo} = \mu_{bypass\_selectivo(I)} = \mu_{bypass\_selectivo(II)}}$

C) $H_0: \mu_{bypass\_selectivo} \geq \mu_{bypass\_no\_selectivo(I)} \geq \mu_{bypass\_no\_selectivo(II)}$

11. ¿Qué supuesto debo verificar que se cumple en este caso para aplicar el ANOVA?

A) Las observaciones se distribuyen según la distribución F en los tres grupos.

B) Las varianzas de los tres grupos deben ser similares.

C) La distribución de las puntuaciones es asimétrica en los tres grupos.

12. Los grados de libertad del valor crítico de la distribución F para evaluar el efecto del “tipo de operación médica” son:

A) (15, 3)

B) (2, 15)

C) (2, 18)

13. El estadístico de contraste F para evaluar el efecto del “tipo de operación médica” vale aproximadamente:

A) 1,693

B) 3,295

C) 0,392

14. Si trabajamos a un nivel de confianza del 95%, el valor crítico para contrastar la F del “tipo de operación médica” valdrá:

A) 1,693

B) 3,682

C) 2,695

15. El nivel crítico p para tomar una decisión sobre la hipótesis nula valdría:

A) 0,01 < p < 0,05

B) p < 0,01

C) p > 0,05

16. Con los resultados obtenidos concluimos afirmando que:

A) no existe interacción entre la síntesis de urea y el bypass sobre la función hepática.

B) el tipo de intervención mejora la síntesis de urea.

C) no existen diferencias entre los tres tipos de intervención sobre la síntesis de urea.

SITUACIÓN 3: Basándose en sus observaciones, un técnico cree que la báscula del laboratorio que utiliza para medir el peso de la comida que les proporciona a las ratas, no proporciona medidas exactas. Para poner a prueba su creencia de que la precisión en la medición del peso aún es razonable para los fines de los estudios que lleva a cabo, elige una serie de pesos bien calibrados o estándares (X, en gramos) y mide los valores que proporciona el instrumento (Y, en gramos) a cada uno de los pesos bien calibrados. Los valores obtenidos vienen dados en la Tabla 1.

X	Y
0,0	0,00
0,5	0,70
1,0	1,15
1,5	1,35
2,0	2,05
2,5	2,30

Tabla 1

Además, como ha observado que cuando no hay ningún peso sobre la báscula, ésta siempre indica que el peso vale efectivamente cero, ha añadido, a los datos obtenidos con los pesos calibrados el punto
$(X = 0,\ Y = 0)$.

Los estadísticos de los datos recogidos son los siguientes:
$\sum X = 7{,}50;\ \sum Y = 7{,}55;\ \sum X \cdot Y = 13{,}375$

$\sum X^2 = 13{,}75;\ \sum Y^2 = 13{,}1275;\ S_X = 0{,}8539;\ S_Y = 0{,}7775$

$r_{XY} = 0{,}9884$

17. La hipótesis alternativa para el parámetro de la pendiente de la recta de regresión en la situación 1 es:

A) $H_1\!: \beta_1 < 0$

B) $H_1\!: \sigma_1^2 = 1$

C) $\boldsymbol{H_1\!: \beta_1 \neq 0}$

En esta pregunta debería de haber figurado la situación 3. No obstante, planteando un análisis de regresión a partir de los datos de cualquiera de las tres situaciones, la respuesta habría sido la misma. No era nuestra intención introducir esta dificultad en esta pregunta del examen. Por tanto, para evitar cualquier ambigüedad, se dará por válida a todos los estudiantes, independientemente a que la hubiesen respondido, o no.

18. La distribución muestral de β_1 es:

A) una distribución gaussiana Z con 6 grados de libertad y desviación típica 1.

B) una distribución χ^2 con 3 grados de libertad y desviación típica 0,5.

C) una distribución T de Student con 4 grados de libertad, $\boldsymbol{\mu_B = 0}$ y $\boldsymbol{\sigma_B = 0{,}0691}$.

T de Student con n-2 = 6-2 = 4 g.l. Cálculo de la desviación típica de la DM de las Bs:

$$\sigma_B = \frac{0.7775}{0.8539}\sqrt{\frac{1 - 0.9884^2}{6 - 2}} = 0.0691$$

19. Para un $\alpha = 0{,}05$, respectivamente, el estadístico de contraste para la pendiente de la ecuación de regresión y su nivel crítico p valen aproximadamente:

A) 13,024 y p < 0,005

B) 0,329 y p > 0,05

C) -3,339 y 0,05 > 0 > 0,01

Como ya sabemos el denominador del estadístico de contraste para la pendiente en la fórmula anterior, es fácil calcular este apartado calculando primero B: $B = r_{XY}\frac{S_Y}{S_X} = 0.9884\ \frac{0.7775}{0.8539} = 0.8999$

$$T = \frac{B-0}{\sigma_B} = \frac{0.8999}{0.0691} = 13.024$$

Como con las tablas no podemos saber el valor, es suficiente poner la mejor aproximación que podemos hacer para el nivel crítico (p < 0.005).

20. Sabiendo que la $SC_{reg} = 3{,}5437$ y la $SC_{res} = 0{,}0833$, el estadístico para poner a prueba la bondad global del ajuste de la recta de regresión vale aproximadamente:

A) 169,4

B) 3,543

C) 5,555

Con los datos de que se dispone hay dos formas de llegar a este valor, y las SC proporcionadas son, quizás, la más compleja. Podemos utilizar el coeficiente de correlación que nos han proporcionado o bien las SCs:

$$F = \frac{0{,}9884^2}{\frac{1-0{,}9884^2}{6-2}} = 169{,}42$$

O bien,

$$F = \frac{SC_{reg}/1}{SC_{res}/(n-2)} = \frac{3{,}5437}{\frac{0{,}0833}{4}} = 170{,}37$$

La diferencia se debe a errores de redondeo.

21. El coeficiente de correlación semi-parcial entre X e Y:

A) vale $-0{,}3329$.

B) vale $0{,}9875$.

C) **no tiene sentido calcularlo porque estamos en regresión lineal simple.**

22. Dada la recta de regresión calculada, el técnico de laboratorio estima que, si hubiese colocado en la balanza un peso de 10 Kg, la medición habría sido de 9,133 Kg, pero:

A) esta estimación viola el supuesto de independencia entre los valores estimados, Y', y los errores de estimación ya que estos errores se distribuyen de manera aleatoria.

B) la extrapolación de la recta de regresión a valores de la variable predictiva fuera del rango de valores utilizados en la estimación puede no ser válida.

C) en este caso, el coeficiente de determinación tiene un valor inferior a la suma de los cuadrados de los coeficientes de correlación semi-parcial.

23. En esta situación, dado que la predicción esperada Y' para cada valor de los pesos colocados en la báscula (X_i) coincide con X_i en el caso ideal (aquel en donde la báscula funciona correctamente con total exactitud), un contraste de hipótesis más apropiado habría sido:

A) $H_0: \beta_0 = 1;\ H_1: \beta_0 \neq 1$

B) $\boldsymbol{H_0: \beta_1 = 1;\ H_1: \beta_1 \neq 1}$

C) $H_0: \beta_1 = 0{,}5;\ H_1: \beta_1 \neq 0{,}5$

24. En el modelo de regresión $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$, el subíndice "i":

A) es el intercepto que indica el valor esperado de y cuando todas las x valen cero.

B) señala el parámetro que indica el efecto que una variable independiente dada (x_i) tiene sobre la variable dependiente (y_i).

C) **identifica el número de observación de entre las N observaciones aleatorias.**

25. ¿En una situación de regresión lineal simple o múltiple, qué expresión matemática de las siguientes define la homocedasticidad?

A) Var($\boldsymbol{\varepsilon_i | x_i}$) $= \boldsymbol{\sigma}^2$ para toda $\boldsymbol{x_i}$.

B) $E(\varepsilon_i | x_i)\ =\ 0$ para toda ε_i.

C) $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1}$.